

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ
XVIII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ
<http://astro-olymp.org>

II кръг, 20 февруари 2015 г.
Ученици от 9-10 клас – решения

1 задача. Затъмнения. През настоящата 2015 г. ще има четири затъмнения – слънчево затъмнение през март, лунно през април, едно слънчево и едно лунно затъмнение през септември. В първите часове на 19 февруари Луната е в новолуние. Синодичният лунен месец – периодът, през който се сменят лунните фази – е равен на 29.5 денонощия.

• Направете необходимите пресмятания и определете датите, на които ще се случат четирите затъмнения.

Решение:

Слънчево затъмнение може да се случи, когато Луната е във фаза новолуние, а лунно – когато Луната е в пълнолуние. Следователно слънчевото затъмнение през март ще бъде тогава, когато през март Луната е в новолуние. След новолунието на 19 февруари, до края на месеца остават 9 дни. Прибавяме към тях първите 20 дни на март, за да станат общо 29, и получаваме, че първото слънчево затъмнение в 2015 г. ще бъде на 20 март. След това през април ще има лунно затъмнение. Пълнолунието през април ще бъде половината от синодичния лунен месец, или 15 дни след 20 март. До края на март остават 11 дни и трябва да се прибавят още 4 дни от април. Първото лунно затъмнение през 2015 г. ще е на 4 април.

За да определим датите на затъмненията през септември, пресмятаме броя на дните след новолунието на 20 март до 31 август:

$$11 (\text{март}) + 30 (\text{април}) + 31 (\text{март}) + 30 (\text{април}) + 31 (\text{май}) + 30 (\text{юни}) + 31 (\text{юли}) + 31 (\text{август}) = 225 \text{ дни}$$

В 225 дни се съдържат $7 \times 29.5 + 18.5$ дни. До края на осмия лунен месец, т.е. до следващото новолуние, остават $29.5 - 18.5 = 12.5$ дни. Това означава, че новолунието, а значи и слънчевото затъмнение ще бъде на 13 септември. Пълнолунието, а с него и лунното затъмнение трябва да е 15 дни по-късно, или на 28 септември.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За разбиране на факта, че затъмненията са възможни при съответните фази на Луната – 2 т.

За правилен начин на пресмятане на датата за всяко от затъмненията – $4 \times 2 = 8$ т.

За верни крайни резултати за датите – $4 \times 0.5 = 2$ т.

2 задача. Спътниците на Мелмак. Веселият филмов герой Алф е извънземно същество от планетата Мелмак, която има оранжево небе със зелени облаци и синя трева. Планетата обикаля около виолетово слънце. Нека предположим, че тя има два спътника – Близка луна и Далечна луна. Те се движат по орбитите си с периоди по-дълги от периода на околоосното въртене на планетата. Три от най-романтичните преживявания в биографията на Алф са се случили в моменти, когато:

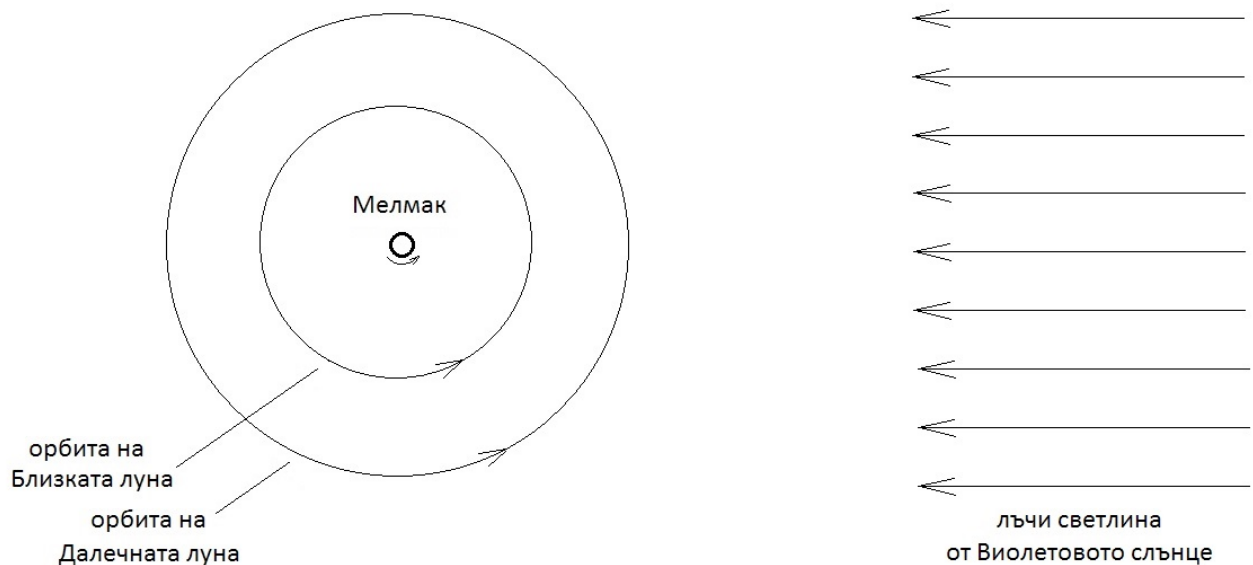
• А. Виолетовото слънце тъкмо е залязвало, Близката луна е сияела в зенита, а Далечната луна тъкмо е изгрявала.

• Б. Било е полунощ и се е виждал красив изгрев на Близката луна и още по-красив залез на Далечната луна.

• В. В 3 ч. след полунощ Близката луна е залязвала, а Далечната е била в зенита.

За всеки от случаите нарисуйте по една схема, като дадената по-долу, и отбележете положенията на Алф върху планетата и на двата спътника по орбитите им.

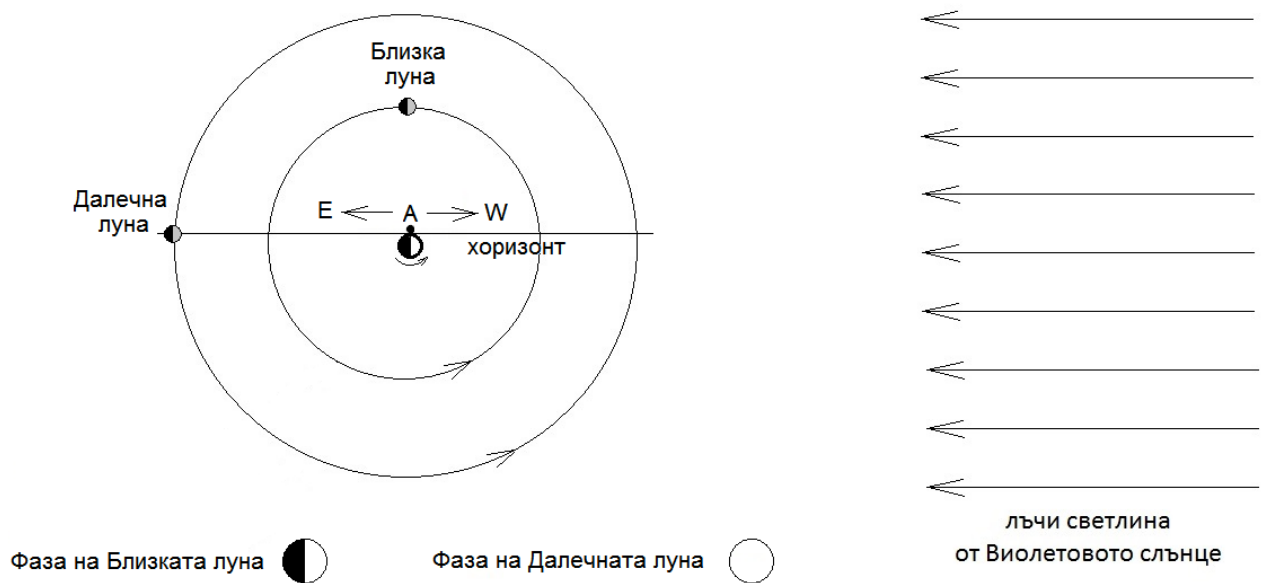
• Г. Какви са били фазите на луните във всички тези случаи?



Решение:

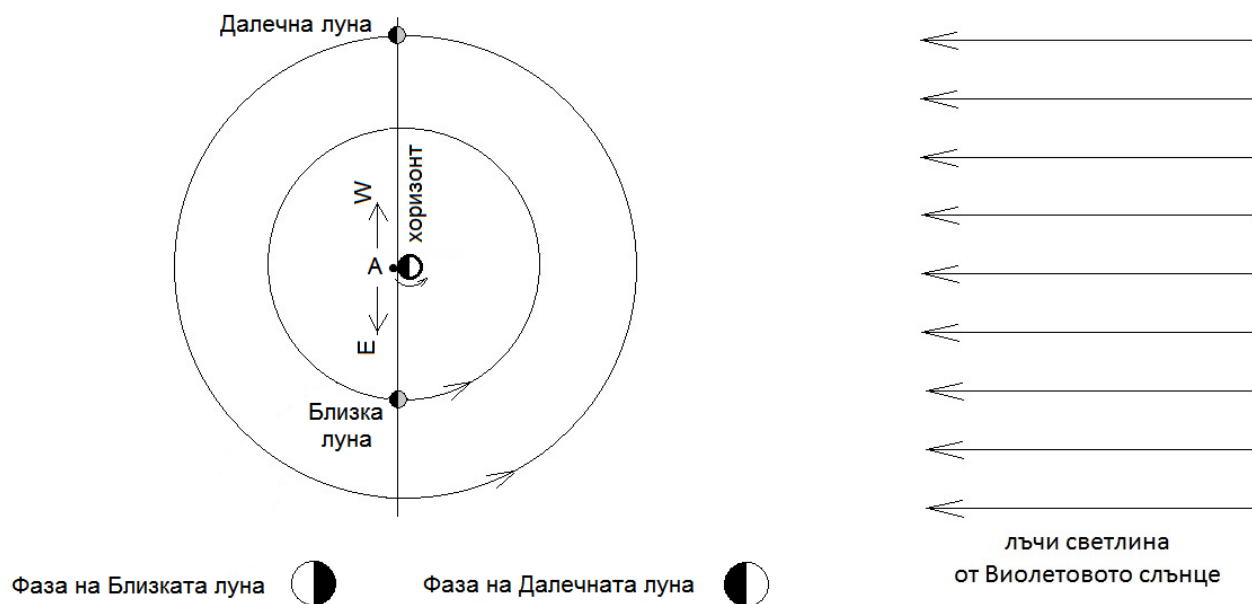
Както е показано на схемата, въртенето на планетата Мелмак около нейната ос и движението на двата спътника по орбитите им стават в една и съща посока. В условието е казано също, че периодите на орбитално движение на спътниците са по-дълги от периода на околоосно въртене на планетата. Следователно от гледна точка на наблюдател на повърхността на Мелмак двете луни изгряват от изток и залязват на запад, а фазите им се изменят в последователност, подобна на смяната на фазите на нашата Луна.

На Фиг. 1 е представена ситуацията в подусловие А. С точка А е означено положението на Алф на планетата. Показан е и хоризонтът за него като наблюдател. Планетата се върти от запад на изток и тези посоки са означени спрямо положението на Алф. Очевидно е било вечер, фазата на Близката луна е била първа четвърт, а на Далечната – пълнолуние. В долната част на фигурата са изобразени фазите на двата спътника, така както изглеждат за наблюдател от северното полукълбо на Мелмак.



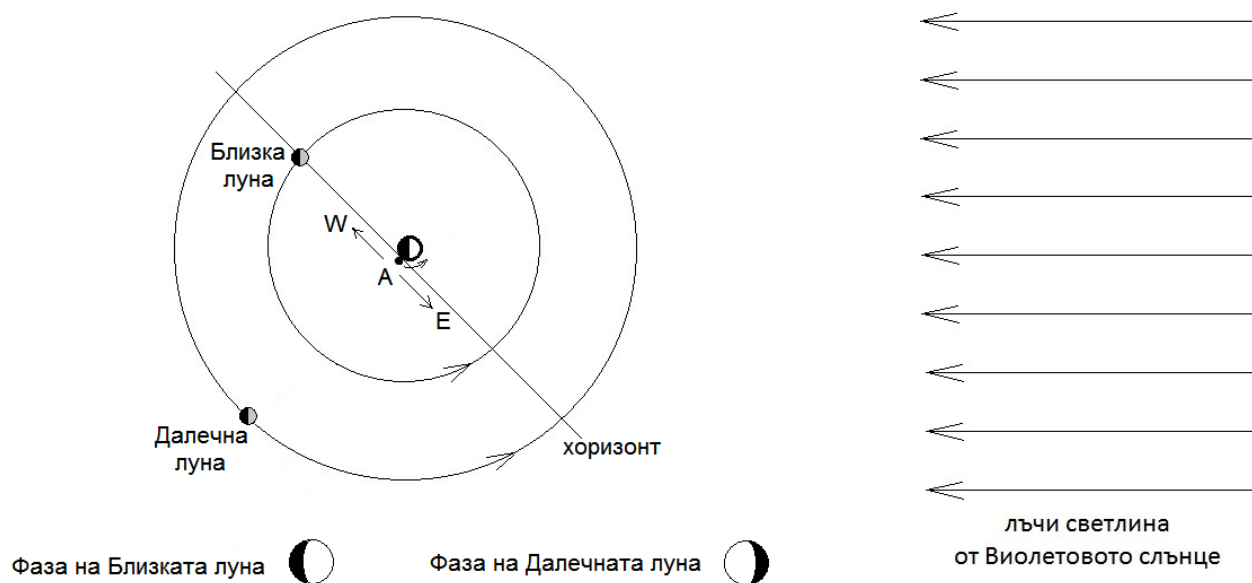
Фиг. 1.

На Фиг. 2 е дадена ситуацията, описана в подусловие Б. Отново с точка А е означено положението на Алф. Близката луна е била във фаза последна четвърт, а далечната – в първа четвърт.



Фиг. 2.

На Фиг. 3 е показана ситуацията в подусловие В. Близката луна е във фаза малко преди пълнолуние, а далечната – малко след пълнолуние.



Фиг. 3.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За построяване на схемите и обяснение за всеки от трите случая - $3 \times 3 = 9$ т.

За определяне на фазите на спътниците – $3 \times 1 = 3$ т.

3 задача. Най-голямата скорост. Земята се върти около оста си и едновременно с това обикаля около Слънцето по елиптична орбита. Всяка точка от земната повърхност, освен полюсите, участва в двете движения. Но различните точки се движат с различни скорости.

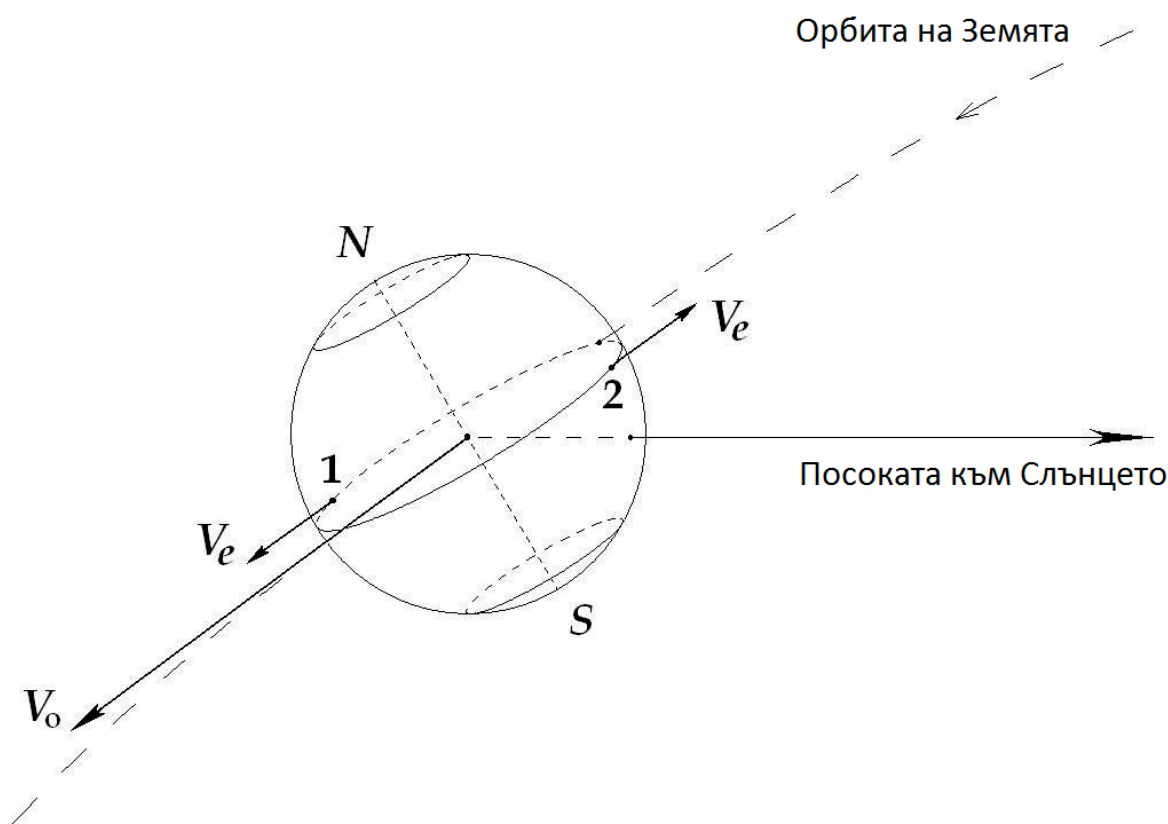
- Кога през денонощието, приблизително кога през годината и къде по земната повърхност трябва да застанем, за да се движим с най-голяма скорост относно Слънцето?

Решение: Земята се върти около оста си в същата посока, в която обикаля около Слънцето. Затова пространствената скорост на точки от нощната страна на Земята е приблизително по посока на пространствената скорост на Земята при движението ѝ по нейната

орбита. Оста на Земята е наклонена и запазва ориентацията си при обикалянето около Слънцето (ако не отчитаме прецесията, разбира се, която е много бавна). Затова движението на точки от земната повърхност ще бъде точно успоредно на орбиталното движение само в два момента през годината – когато Земята е в точката на лятно слънцестоене и когато е в точката на зимно слънцестоене. Тогава оста на Земята е наклонена в посока перпендикулярна на орбитата (по-точно е перпендикулярна на допирателната към орбитата). Движението на точките от повърхността, за които е полунощ или пладне, става в направление успоредно на допирателната към земната орбита, и следователно успоредно на вектора на пространствената скорост на Земята. (Фиг.4)

Точка **1**, която се намира на екватора на Земята и за която е полунощ, ще се движи най-бързо от всички точки на земната повърхност, защото нейната линейна скорост относно Земята е максимална и съвпада по направление и посока с вектора на скоростта на орбиталното движение на Земята. Точка **2** има същата линейна скорост на въртене около оста на Земята, но тя е насочена в противоположна посока на скоростта на Земята, при движението ѝ по нейната орбита.

Съществува още едно явление, което следва да отчетем. При своето движение около Слънцето Земята се движи не по кръгова, а по елиптична орбита, макар и с малък ексцентрицитет. Най-бързо Земята се движи в перихелия на своята орбита. Земята преминава през перихелия в първите няколко дни на януари – *най-често в интервала 2-4 януари*. Това е 11-13 дни след зимното слънцестоене. Следователно в интервала от 22 декември до 4 януари, т.е. някъде около Нова година, може да очакваме точки от повърхността на Земята да се движат най-бързо относно Слънцето. За да се движим ние най-бързо, трябва в този интервал от време да се намираме на екватора и, когато сумата от двете скорости наистина е максимална, да сме от обратната, относно Слънцето, страна на Земята, на полунощната линия в точка **1** – т.е. за нас трябва да е полунощ по местно време.



Фиг.4

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За посочване на екватора като най-благоприятно местоположение и обяснение – 3 т.

За определяне на времето от денонощието и обяснение – 3 т.

За определяне на слънцестоянието като най-подходящ момент и обосновка – 3 т.

За съобразяване с най-голямата орбитална скорост на Земята в перихелий – 3 т.

4 задача. Носталгия по Земята. В нашата Галактика, около една недалечна звезда е открита планета подобна на Земята. Нейната обиколка по екватора е 48000 километра, а едно завъртане около оста си, относно своето слънце, планетата прави за 48 часа. Земяните харесали новата планета и започнали да я заселват. Единственото, което не им харесвало, било това, че денонощието продължава 48 часа. Затова те си построили самолет, който лети със скорост 500 километра в час. Седнали в него и решили да обиколят планетата по екватора, надявайки се да съкратят дългото денонощие.

- А. В коя посока трябва да лети самолетът?
- Б. Каква ще бъде продължителността на денонощието за пътуващите в самолета?

Резултатът от това пътуване обаче, не допаднал на земните хора и те тръгнали да летят по паралел с такава планетографска ширина φ , че денонощието за тях да бъде точно 24 часа.

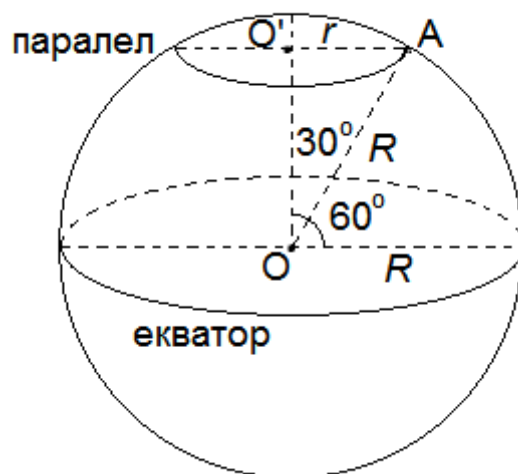
- В. Определете планетографската ширина на паралела, който са избрали заселниците.

Решение:

Членовете на земната колония трябва да се движат на изток. Така скоростта на движението им относно оста на планетата ще бъде сбор от скоростта на въртене на точките от повърхността и скоростта на самолета. Смяната на деня и нощта за тях ще става по-бързо – все едно те ще правят едно завъртане около оста на планетата за по-кратък период от периода на денонощното ѝ въртене. Щом планетата прави едно завъртане около себе си за 48 часа и нейната обиколката по екватора е 48 000 км, то скоростта на точка от повърхността на планетата ще бъде $48\,000 / 48 = 1000$ км/ч. Скоростта на самолета относно оста на планетата ще бъде $1000 + 500 = 1500$ км/ч. Това означава, че за пътуващите в самолета денят и нощта ще се сменят 1.5 пъти по-бързо, отколкото ако стоят на повърхността. Денонощието за тях ще продължава $48 \text{ ч.} / 1.5 = 32 \text{ ч.}$ Това очевидно е повече от 24 часа и по тази причина те не са напълно доволни.

Нека обърнем внимание на факта, че земното денонощие от 24 часа е точно 2 пъти по-кратко, отколкото денонощието на планетата. Ако земните жители искат да имат на самолета денонощие с продължителност 24 часа, те трябва да отидат на паралел, по който да могат да обикалят със самолета за двойно по-кратко време в сравнение с времето на завъртане на планетата. Скоростта на движение на самолета относно оста на планетата трябва да е два пъти по-голяма от скоростта на точките от повърхността по този паралел. Следователно скоростта на въртене на точките от повърхността трябва да е равна на 500 км/ч. и събрана със скоростта на самолета от 500 км/ч. ще даде двойно по-голяма скорост относно оста на планетата. За да е изпълнено това, необходимо е дължината на паралела да е 24 000 км – двойно по-малка от обиколката на планетата по екватора. Тогава скоростта на самолета относно оста на планетата ще бъде равна на $500 + 500 = 1000$ км/ч. и смяната на деня и нощта за пътниците в него ще бъде 24 часа. Щом обиколката на този паралел е двойно по-малка от обиколката на екватора, то и неговият радиус r ще бъде двойно по-малък от радиуса на планетата R .

Както се вижда от чертежа, в правоъгълния триъгълник $OO'A$ катетът $O'A$ е двойно по-малък от хипотенузата OA . Това означава, че ъгълът, лежащ срещу този катет, е равен на 30° . Следователно точките от паралела отстоят на 30° от полюса на планетата и тяхната планетографска ширина трябва да бъде $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.



Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За определяне на посоката на летене на самолета и обяснение – 2 т.

За правилен метод на пресмятане на денонощието, когато земляните летят по екватора на планетата – 4 т.

За верен числен отговор – 1 т.

За правилен начин на определяне на паралела, по който да лети самолетът – 4 т.

За верен отговор за планетографската ширина – 1 т.

5 задача. Голямата Мечка. Представете си, че пътувате с кораб в океана. Отначало седемте ярки звезди от “черпака” на съзвездието Голяма мечка за вас са незалязващи. Една нощ обаче, забелязвате, че около долна кулминация някои от тях започват да се “потапят” под хоризонта. След няколко нощи започват да се “скриват” във водите на океана всичките седем ярки звезди.

Разгледайте внимателно дадената карта и таблицата с координатите на звездите и отговорете на въпросите, като обясните своите отговори.

• А. В коя посока пътувате?

• Б. На каква географска ширина ще започнат да се скриват под хоризонта част от звездите от “черпака” на Голямата мечка?

• В. На каква географска ширина ще започнат да се скриват под хоризонта всички звезди от “черпака” на Голямата мечка?

• Г. Ако Вие виждате звездата Алкаид на зенитно отстояние $6^\circ 26'$, а от друг кораб, намиращ се на същата географска дължина, но на различна ширина, звездата също се вижда на зенитно отстояние $6^\circ 26'$, то какви са географските ширини на двата кораба?

Зенитно отстояние е ъгълът, който сключва посоката към наблюдавания обект с посоката към зенита.

Таблица
съдържаща екваториалните координати
на седемте ярки звезди от съзвездието Голяма мечка

Звезда	Ректасцензия	Деклинация
α <i>UMa</i> - Дубхе	11 ^h 03 ^m 44 ^s	61° 45'
β <i>UMa</i> - Мерак	11 01 50	56 23
γ <i>UMa</i> - Фекда	11 53 50	53 42



Фиг.5

Критерии за оценяване (общо 12 т. !):

За Определяне на ширината, при която първата звезда от съзвездията ще започне да се скрива – 4 т.

За определяне на ширината, при която цялата фигура ще започне да се скрива – 3 т.

За теоретична идея за решаване на последното подусловие 3 т.

За правилни числени отговори за ширините на двата кораба – 2 т.